

SEMINE 6

du 13 au 17 novembre 2023

► Nombres complexes

- corps \mathbb{C} des nombres complexes (construction admise), parties réelles et imaginaires ;
- lien au plan réel, affixe, image ;
- conjugaison complexe, interprétation géométrique ;
- module, inégalités triangulaires (dont cas d'égalité), interprétation géométrique ;
- ensemble \mathbb{U} des nombres complexes de module 1, forme $e^{i\theta}$ pour $\theta \in \mathbb{R}$, paramétrage du cercle unité ;
- formules d'Euler et de Moivre, (dé)linéarisation ;
- arguments d'un nombre complexe, interprétation géométrique ;
- forme trigonométrique $z = |z|e^{i \arg(z)}$;
- exponentielle complexe : compatibilité aux opérations, à la conjugaison, expression du module, de l'argument ;
- $\exp : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$ est surjective et $\exp^{-1}(\{1\}) = 2i\pi\mathbb{Z}$;
- racines carrées sur \mathbb{C} , trinômes du second degré à coefficients complexes ;
- racines n -ièmes de l'unité, d'un nombre complexe non nul ;
- similitudes directes.

► Questions de cours (*démonstrations*)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- première inégalité triangulaire et cas d'égalité ;
- linéarisation de $\cos^n(\theta)$ et $\sin^n(\theta)$;
- propriétés de l'exponentielle complexe (compatibilité aux opérations, à la conjugaison, expression du module, de l'argument) ;
- description de l'ensemble des racines n -ièmes de l'unité et calcul de leur somme ;
- $\exp : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$ est surjective.

◆ Exercice CCINP : 89.