

## SEMAINE 16

du 5 au 9 février 2024

## ► Fractions rationnelles

- notion de fraction rationnelle, corps  $\mathbb{K}(X)$ , forme irréductible d'une fraction rationnelle ;
- degré d'une fraction rationnelle, degré d'une somme, d'un produit ;
- racines, pôles d'une fraction sous forme irréductible ;
- partie entière, éléments simples ;
- décomposition en éléments simples sur  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{C}$  (*aucune méthode générale n'est exigible hors des pôles simples ou doubles ; limiter les exercices à des choses raisonnables*) ;
- dérivée logarithmique d'un polynôme scindé ;
- applications de la décomposition en éléments simples au calcul des primitives.

\*Aucune connaissance n'est exigible des étudiant·e·s sur les sujets suivants : corps des fractions d'un anneau intègre, construction de  $\mathbb{K}(X)$ , règles de Bioche.

## ► Dénombrement et combinatoire

- notion d'ensemble fini, cardinal d'un tel ensemble (notations  $\text{card}(E)$ ,  $|E|$ ) ;
- existence d'injections, bijections, surjections entre deux ensembles finis selon leur cardinaux respectifs ;
- un sous-ensemble d'un ensemble fini est fini, cas d'égalité des cardinaux ;
- une application entre deux ensembles finis **de même** cardinal est bijective si et seulement si elle est surjective ou injective ;
- opérations sur les ensembles finis et cardinaux associés : réunion disjointe, différence, réunion **de deux ensembles**, produit cartésien ;
- parties d'un ensemble fini, parties de taille fixée ;
- dénombrement des applications entre deux ensembles finis, cas particulier des injections et bijections ;
- arrangements (notation  $(n)_p$ ),  $p$ -listes (ordonnées).

\*Aucune connaissance n'est exigible des étudiant·e·s sur les sujets suivants : formule du crible, dérangements, ensembles dénombrables. Le groupe symétrique fera l'objet d'une colle ultérieure.

► Questions de cours (*démonstrations*)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- une application entre deux ensembles finis **de même** cardinal est bijective si et seulement si elle est surjective ou injective ;
- nombre d'injections entre deux ensembles finis ;
- cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini ;
- cardinal de l'ensemble des parties de cardinal fixé d'un ensemble fini.

## ◆ Exercice CCINP : 112.