Semaine 20

du 18 au 22 mars 2024

► Espaces vectoriels de dimension finie

- un $\mathbb{K}$–e.v est dit de dimension finie s'il possède une famille génératrice finie ;
- cardinaux des familles libres, génératrices et bases dans un espace de dimension finie ;
- théorèmes de la base incomplète et de la base extraite ;
- dimension d'un espace de dimension finie, notation $\dim(E)$;
- dimension (et bases canoniques ou classiques) des espaces $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathscr{L}(E,F)$ et $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$;
- sous–espaces vectoriels d'un e.v de dimension finie, existence et dimension de supplémentaires ;
- dimension de l'image d'un s.e.v par une application linéaire, cas d'égalité ;
- deux e.v de dimension finie sont isomorphes si et seulement si ils ont la même dimension ;
- la dimension d'une somme d'une somme **directe** de **deux** s.e.v ;
- dimension d'un produit cartésien ;
- rang d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire ;
- les supplémentaires du noyau d'une application linéaire sont isomorphes à son image, théorème du rang ;
- une application injective (resp. surjective) entre deux espaces de même dimension est bijective ;
- formule de Grassmann ;
- formes linéaires coordonnées, équations d'hyperplans.

✖***Aucune connaissance n'est exigible des étudiant·e·s sur les sujets suivants : base duale, matrice d'une famille de vecteurs ou d'une application linéaire, déterminant.***

► Questions de cours (*démonstrations*)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- dimension de l'image d'un s.e.v par une application linéaire, cas d'égalité ;
- dimension de $\mathscr{L}(E,F)$ si E et F sont de dimension finie ;
- les supplémentaires du noyau d'une application linéaire sont isomorphes à son image, théorème du rang ;
- une application injective (resp. surjective) entre deux espaces de même dimension est bijective.

⧫ Exercices CCINP : se référer au TD 19.