

## SEMINE 8

du 27 novembre au 1<sup>er</sup> décembre 2023

## ► Groupes, anneaux et corps

- lois de composition interne : stabilité, associativité, commutativité, distributivité, élément neutre, inversibles ;
- notions de groupe et groupe commutatif (abélien) ;
- groupes liés aux anneaux et corps du programme, groupe des bijections d'un ensemble dans lui-même, cas particulier de  $\mathfrak{S}_n$ , groupes produits ;
- puissances d'éléments dans un groupes, notation "en multiples" dans le cas "additif", formule  $(xy)^n = x^n y^n$  lors que  $x$  et  $y$  commutent ;
- notion de sous-groupe, caractérisation standard, persistance du neutre et des inverses, intersection de sous-groupes ;
- morphismes de groupes, noyau, image, image et image réciproque d'un sous-groupe ;
- iso/endo/automorphismes, caractérisation de l'injectivité (resp. la surjectivité) par le noyau (resp. l'image) ;
- notion d'anneau (unitaire), d'anneau intègre et de corps (commutatif), sous-anneaux ;
- morphismes d'anneaux ;
- groupe  $\mathbb{A}^\times$  des inversibles d'un anneau  $\mathbb{A}$  ;
- identités remarquables  $(a + b)^n$  et  $b^n - a^n$  lorsque  $a$  et  $b$  commutent, cas particulier  $b = 1$  dans la seconde ("suite géométrique").

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : groupes et anneaux quotients, caractérisation des sous groupes de  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{Z}$  (peut être donnée en exercice), toute technicité relative à  $\mathfrak{S}_n$  (signature, groupe alterné, cardinal, décompositions canoniques).*

## ► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- intersection de deux sous-groupes, réunion ;
- image et image réciproque d'un sous-groupe ;
- caractérisation de l'injectivité d'un morphisme de groupes par le noyau ;
- formule du binôme de Newton ;
- identité remarquable  $b^n - a^n$ .